

Hur mycket energi krävs för att skjuta upp en rymdraket?

Jordens flykthastighet kan fås genom att se vilken hastighet ett objekt har när det träffar jordytan efter att ha släppts från en höjd som går mot oändligheten. Ett tillvägagångssätt för att räkna ut den är att först ta ut vad objektet får för potentiell energi och sen se efter vilken hastighet objektet får om all energin övergår till kinetisk energi.

Ett objekt (i det här fallet en raket) måste erhålla samma mängd energi som krävs för att accelerera upp objektet i fråga till jordens flykthastighet för att kunna lämna jorden.

$$f(s) = G \frac{m_1 \cdot m_2}{s^2} \quad ; \text{ Kraften } f \text{ (gravitationskraft) i funktion av sträcka (avstånd från jordens mitt). } m_1 \text{ är raketens massa, } m_2 \text{ är jordens massa.}$$

Arean under en $f(s)$ -graf motsvarar energi.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\int_r^x f(s) \cdot ds \right) \quad ; r \text{ är jordens radie eftersom det som söks är hastigheten när raketen träffar jordytan.}$$

$$\begin{aligned} F(s) &= -1 \cdot G \cdot m_1 \cdot m_2 s^{-1} = -G \frac{m_1 \cdot m_2}{s} & E_p &= G \frac{m_1 \cdot m_2}{r} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\int_r^x f(s) \cdot ds \right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} (F(x)) - F(r) & E_k &= \frac{mv^2}{2} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-G \frac{m_1 \cdot m_2}{x} \right) - \left(-G \frac{m_1 \cdot m_2}{r} \right) & & E_p &= E_k \\ & & \frac{m_1 \cdot v^2}{2} &= G \frac{m_1 \cdot m_2}{r} \\ & & v &= \sqrt{\left(\frac{2 \cdot G \cdot m_2}{r} \right)} \end{aligned}$$

$$\text{In med värden i ekvationen, } v = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 6,6742 \cdot 10^{-11} \cdot 5,974 \cdot 10^{24}}{6378150} \right)} \approx 11238 \text{ m/s}$$

Nu skall raketen erhålla den här hastigheten och då krävs att den erhåller en viss energi. (Detta kunde ha räknats ut tidigare, men det var roligt att få flykthastigheten också.) I nedanstående ekvation är m vikten för en Endeavour OV-105 utan hjälpraketer, dock fulltankad (www.nasa.gov).

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{mv^2}{2} \\ m &\approx 1,09 \cdot 10^5 \text{ kg} \\ v &\approx 11,2 \text{ km/h} \\ E_k &= \frac{(1,09 \cdot 10^5) \cdot 11200^2}{2} \\ E_k &\approx 6,32 \cdot 10^{13} \text{ J} \end{aligned}$$

Detta motsvaras av 13,76 tusen ton trotyl! Det är orimligt att de överlever i Jules Vernes kanonkula i *Från jorden till månen*.

Svar: Det behövs minst $6,32 \cdot 10^{13} \text{ J}$ för att skjuta upp en Endeavour (bortsett från luftmotståndet).